朱载堉十二平均律研究

周莎 西安文理学院师范学院

摘要：本文拟通过对十二平均律的萌芽、发展，研究朱载堉的十二平均律的形成发展与数学原理，探究十二平均律的意义、计算方法，对西方法影响及十二平均的运用和十二平均的缺点，小结了十二平均律的发展与传承，系统地记录了十二平均律的发展史。

关键词：律 十二律 十二平均律 新法密率

一、十二平均律萌芽

“律”是指用生律法产生出来的乐音，而“律制”是指生律法所产生出来的乐音体系。律制研究的是音与音的关系。“律”是律制最基本的单位。在律制中，每一个单位称为“律”。“音”是音阶的最基本的单位，音阶是音构成的。“音律”研究的是乐音音高体系内部结构以及乐音运动的范畴。在音乐活动中，音律制约了音乐的过程，贯穿于音乐作品中，具有广泛地世界性。所以传统“律学”研究的是乐制各音及其内部联系。

在中国古代很早就把一个八度分成十二个半音，称为“十二律”。公元前433年埋入地下的“编钟”在1978年在湖北随县出土，这套编钟由大小64个钟组成，每钟可发两个音，它的高低音域达到五个八度，编钟中音区有十二个半音，与《国语》中记载的十二律相同。中国古代在乐音体系发现十二律之后，曾给每一个起了一个名称，即：黄钟（C）、大吕（#C）、太簇（d）、夹钟（#d）、姑洗（e）、仲吕（#e）、蕤宾（#f）、林钟（g）、夷则（#g）、南吕（a）、无射（#a）、应钟（b），这十二律及名称记载約公元前5世纪成熟的《国语·周语》中。

根据《宋书·律历志》记载，南朝宋时何承天调整了十二律内部结构，创立了新的计算各律的方法，何承天调整后的十二律被后人称为“新律”。他首先计算了黄钟数为177.147，仲吕（#e）“三分益一” 所生之律数为174.7622/3 它与黄钟C的律数相差2.3841/3，再将差数十二等分，递加在“三分损益法”每一次计算出的律数上，第十二次生仲吕的律数正好还原黄钟，补足了律数2.3841/3，使黄钟的律数回到177.147。这样的计算方法，不仅解决了仲吕还生黄钟的问题，它很接近我们今天所说的“十二平均律”。

二、朱载堉十二平均律的特征

公元16世纪明代科学家、音乐学家朱载堉总结前人律学研究的成果，系统的用数学计算十二平均律，完善、统筹、总结了十二平均律，使之科学化、系统化。他在1581年发表的《律历融通》中称十二平均律“新法密率”；在1584年发表的《律学新说》中提到了计算方法；在1596年在《律吕精义》中，公布了详细的计算方法。他的这项发明是对中国律学史上一项重大的贡献。十二平均律是各相邻律之间“频率比”都相等的一种律制（半音均为100音分）。

在《律历融通》中首先记载了，把“三分损益”的分母缩小（1×2/3 = 2/3）即把1变成500000000/750000000然后成500000000/759153538，原来的“三分益一”就变成了1000000000/749153538，他用这两个数取代了“三分损一”和“三分益一”，并用“三分损益法”的生律顺序取得了“仲吕”生下方五度音“无射”，连续往返生律，最后由“林钟”还生“黄钟”本律。

《律吕精义》中记载了另两种新的生各律的方法：1.由“黄钟”（C）向上连续小二度生至高八度“黄钟半律”（C）；2.再由“黄钟半律”(C)连续小二度生至“黄钟光律”，这两种生律方法的原理是，设“黄钟（C）的频率数为2，开平方得“蕤宾”(#f)，1.414213562373095048801689，然后再将“蕤宾”之律数开平方就得“南吕”，再由“南吕”的律数开立方得“应钟”，得到“应钟”的律数，就已经求出十二律中的比值，他指出要求的高一级律的律数，只要将低一级律的律数除这个律的比值数即可。例如求“大吕”(#C)，黄钟2÷1.059463094359295264561825=大吕(#C)1.887748625363386993283826。在《律吕精义》详细的记载了十二平均律的律数，每一律律数长达二十五位数字，有了这些数，当然可以派生各种各样的十二平均律生律法。

十二平均律是各律“长度比值“都相等的一种律制，亦称“十二等比律”或“匀律”。是目前世界通用的十二平均律。用开的方法计算律的长度，使十二律之间的频率比相等。

十二平均律计算方法：最方便的一种方法是：将一个八度各律的频率开12次方，就得到它的频率比数是1.059463094，大约是1.05946，这个数是十二平均律半音的频率比。用1.05946这个公比数乘以12次即得十二律中各律频率，且黄钟的频率音高正好还原。用这种方法第一次解决了十二律自由旋宫转调的难题。十二平均律首次解决了十二个半音的循环，而且所有的音频率距离相等，“使#c = bb”，产生了等音，这样任何一音都有可能成为黄钟，所以可以自由转调，成为当代音乐界的主导律制。该种律制可以自由种转调、离调，方便、快捷，易于理解，给人们自由、畅通的美感，称为转调性律制。

三、十二平均律的传承

朱载堉提出的十二平均律即“新法密率”理论，就是目前

世界通用的十二平均律。用开方的方法计算各律的长度，使十二律之间的频率达到严格的均匀性，这就是他有别于三分损益法的“新法”。这种方法第一次解决了十二平均律黄钟还原并且自由转调的问题，他的“新法密率”是世界上音乐史上最重要的发现之一。不是将弦或管均分为十二等分，也不是十二律相邻律的频率的差数都相等，而是十二平均律各相邻律“长度比值”都相等的一种律制。解决了我国律学史上用三分损益法与多种律制都不能使“黄钟还原”的难题。“新法密率”将三分损益法的五律增加到十二律，使调式的范围扩大，可以在十二律上进行自由转调“旋宫”。

18 世纪来自法国的传教士钱德明为西方传播中国音乐做出了贡献，他用法文翻译了李光地著《古乐经传》，1776 年著《中国音乐概论》一书。在本书中他为朱载堉及其音乐理论作了描述，他的著作在 19 世纪经常被引用，是中国材料的主要参考文献。赫尔姆霍茨写到“中国明代王子朱载堉主张倡导七声音阶，并把八度分成均等的十二个半音”，使音与音之间距离相等，并能转调、旋宫。钱德明如实的记载了在毕达哥拉斯之前中国人发明的平均律。

1565 年耶稣会会士在中国澳门成立教会，训练传教士，研究中国文化，这个教会将把中国文化的实质告知西方世界。1582 年意大利耶稣会会士利玛窦在澳门学习中文，1595 年到南京，1601 年定居北京。1600 年利玛窦等人携带贡品觐见明神宗皇帝，明朝士大夫向他们请教科技知识的同时，不断向他们介绍中国文化。在得到中国文化的同时利玛窦也得到了十二平均律的信息，利玛窦把朱载堉的十二平均律带到西方世界并发扬光大。

四、对西方的影响

2005 年 1 月 14 日，《北京周报》第四版“国际新闻”公开声明，2004 年末，海外传来一个可喜的消息：美籍华裔学者卓仁祥因对朱载堉研究的贡献。荣获“2004 国际音乐家”奖。他用了十年时间查阅了中国国内及香港诸多大学的档案，走访了很多专业人士，并在美国哈弗燕京图书馆和旧金山的利玛窦中心进行实地考证和研究，用六年时间写作，并在 2003 年出版了专著《音乐平均律于十六世纪在中国及欧洲的发现》，在书中提供了确凿的证据证明了十二平均律是中国人的发明。书中肯定了朱载堉在历史和数学的贡献，指出法国数理学家梅尔森著作中出现的数字 1.059463，是朱载堉用开方的方法计算出来的，被利玛窦或他的耶稣会带到修道院，而后被梅尔森获悉。卓仁祥还指出在中国古代，数学、乐学和占星术与哲学都存在着内在的联系，所以对平均律的探求不仅仅是音乐问题，而是很多边缘学科的综合体现。他用古人的例子研究十二平均律问题，确认了朱载堉在人类文化历史中的地位。具有说服力的说明了朱载堉是世界上第一个精确的计算十二平均律的人，肯定了他对世界音乐科学文化的贡献和价值。

五、欧洲十二平均律的运用

钢琴是根据十二平均律制作的，共有黑白键 88 个，在钢琴上可以自由的转调旋宫，自由的运用十二律，它解决了五度相生律以及纯律自身存在的矛盾以及两律之间的矛盾，也解决了五度相生律及纯律只能增加律数，却不能回到出发律的矛盾。在钢琴的转调与音律制度是相互依存的。

巴赫 J·S(Johann Sebastian Bach 1685-1750)德国作曲家兼管风琴演奏家，于 1722-1742 年创作了《十二平均律曲集》二卷，每卷都有系统地运用用十二个大调和十二个小调，写出“前奏曲”和“赋格曲”这两卷曲集充分的发挥了十二平均律的自由转调的典范作品。此时十二平均律被广泛地传播运用。德国音乐理论家兼作曲家马格普（Friedrich Wilhelm Marpurg,1718-1795）受中国音乐的影响，在 1751 年提出十二平均律，于 1756 年提出自己的研究论断，认为只实行一种律制，即十二平均律，以便于统一。19 世纪，十二平均律已经成为键盘乐器标准的调音法，成为一种典范律制广泛流传。19 世纪末，比利时音响学家马容受到朱载堉这项发明的影响，用同样的方法开始研究十二律，研究的结果与朱载堉完全一样。朱载堉研究发明提出的数据与今日的十二平均律完全相同，计算之精确，令人惊叹。20 世纪，随着钢琴的进一步普及，十二平均律演奏的旋律与和声已逐渐被人们接受认可，趋向稳定。由此可以看出，朱载堉对十二平均律数据的提出是早于欧洲，并通过一定方式、渠道在世界广泛传播。

十二平均律与五度相生律比较：五度相生律四级音频率是 498，比十二平均律四级音低 2 分音，五级音频率是 702，高 2 分音，二级音高频率数是 204 分音，比平均律高 4 音分，六级音音高频率数是 906，高 6 分音，三级音音高频率数是 408，高 8 分音，七级音高 10 分音。平均律与纯律比较：纯律七级音比十二平均律七级音低 12 音分，三级音低 14 音分，六级音低 16 音分，依次顺序递增 2 音分。所以说十二平均律接近五度相生律，而疏远与纯律。

六、十二平均律的缺点

十二平均律除了八度是谐和音程，其它所有音程都不成整倍数比例关系，也就是说都是不谐和音程。构成和弦时，没有纯律谐和。

七、结语

朱载堉是我国明代历史上一颗璀璨的科学、艺术巨匠，他的十二平均律的发明，是律学的研究的新突破，为世界音乐文化发展奠定了坚实的基础，对在世界音乐史研究有着深远的影响，充分展示了我国在世界律学史上所处的领先地位。由于受中国封建文化思想的束缚，他的学术成果被禁锢，直到明末清初年，钱德明及利玛窦等人用写书的方式把他的学术成就和艺术理论传入欧洲，引起了当时世界学术的轰动和共鸣，他才被人知晓，被誉为“东方文艺复兴式的圣人”和“世界历史文化名人”。

参考文献：

[1]李涛.钢琴音响的乐律学研究初探[M].上海：上海音乐学院出版社,2007.
[2]庄元.当代中国乐律学研究述要[J].黄钟,2005,(03).
[3]陈正生.三分损益律的算式[J].中央音乐学院学报,1993,(02).